



IS

science centre immaginario scientifico

scienza come gioco

matematica probabilmente



scienza come gioco

matematica probabilmente



indice

- Altezze e dadi 2
- Roulette e gettoni 4
- Urne ed estrazioni 6
- Appendice 8

parole
chiaveDistribuzione di probabilità normale
Curva a campana

Altezze e dadi

Gli esperimenti proposti risultano esempi della stessa legge di distribuzione normale.

fonti: D. A. Johnson, W. H. Glenn, M. Scott Norton, *Caso e probabilità*, 1984, Bologna, Zanichelli;
D. A. Johnson, W. H. Glenn, M. Scott Norton, *Il mondo della statistica*, 1985, Bologna, Zanichelli



MATERIALI

- Tre gruppi di cinque dadi colorati
- Metro snodabile
- Fogli di carta formato A3
- Pennarelli



REPERIBILITÀ

Il metro è acquistabile nei negozi di bricolage, i dadi nei negozi di giocattoli, gli altri materiali in cartoleria.



SVOLGIMENTO

Misurare le altezze degli allievi, e prenderne nota. Dividere l'intervallo tra l'altezza del più basso e l'altezza del più alto in diverse fasce (indicativamente di 5 centimetri ciascuna) e disegnare un istogramma che indichi quanti allievi stanno in ciascuna fascia. ●

Lanciare i dadi e prendere nota delle somme delle coppie di dadi, tracciando un istogramma che indichi quante volte è uscito ciascun numero. ●

Confrontare gli istogrammi ottenuti con i due procedimenti. ●



OSSERVAZIONI

- Entrambi gli istogrammi forniscono un'approssimazione della curva di Gauss, tipica della distribuzione di probabilità normale.
- Nel caso delle altezze il risultato può essere meno efficace in quanto condizionato dal numero di allievi, dalla loro età e dalla percentuale di maschi o femmine.
- A questo proposito si può trattare il problema della scelta di un campione rappresentativo. Può essere utile inoltre scegliere l'ampiezza delle fasce sia in base al numero di allievi che all'ampiezza dell'intervallo tra il più basso e il più alto.

parole
chiaveDistribuzione di probabilità uniforme
Scelta di un campione rappresentativo

Roulette e gettoni

Si introduce il problema della scelta di un campione rappresentativo. Il campione deve essere sufficientemente ampio per permettere un risultato che corrisponda in maniera soddisfacente alla situazione teorica.

fonti: D. A. Johnson, W. H. Glenn, M. Scott Norton, *Caso e probabilità*, 1984, Bologna, Zanichelli;
D. A. Johnson, W. H. Glenn, M. Scott Norton, *Il mondo della statistica*, 1985, Bologna, Zanichelli



MATERIALI

- Una roulette
- Alcune monete
- Fogli di carta formato A3
- Pennarelli



REPERIBILITÀ

Delle roulette sufficientemente affidabili si possono trovare nei negozi di giocattoli.



SVOLGIMENTO

Lanciare la pallina girando la roulette e prendere nota dei numeri che escono.

Ripetere il lancio almeno 150 volte.

Effettuare venti lanci con le monete e prendere nota di quante teste e quante croci escono.

Ripetere una ventina di serie di venti lanci.





OSSERVAZIONI

Paragonare i risultati ottenuti con la roulette e con le monete confrontando anche la proporzione tra lanci effettuati e risultati possibili.

La scarsa uniformità dei risultati della roulette è giustificata dal fatto che gli esperimenti fatti sono in numero troppo esiguo rispetto a quello dei risultati possibili, mentre con le monete si ottiene una maggiore uniformità perché i risultati possibili sono solo due, quindi sono sufficienti meno lanci affinché i risultati si distribuiscano nel modo indicato dalla teoria della probabilità.

Si può evidenziare ulteriormente questo concetto analizzando come risultati parziali sbilanciati possano controbilanciarsi a vicenda.

Urne ed estrazioni

Le estrazioni da tre urne seguono la stessa legge di distribuzione binomiale. Tuttavia una variazione della composizione dell'urna ha l'effetto di spostare il picco.

fonti: LIS e autori vari



MATERIALI

- Tre scatole di cartone di dimensione 15 x 25 x 30 cm
- Trentasei palline da ping-pong di cui diciotto colorate e diciotto bianche
- Fogli di carta formato A3
- Pennarelli



REPERIBILITÀ

Le palline da ping-pong sono reperibili nei negozi di giocattoli, i restanti materiali in cartoleria.



PREPARAZIONE

Distribuire le palline nelle scatole:

- nella prima si mettono nove palline bianche e tre colorate
- nella seconda sei bianche e sei colorate
- nella terza tre bianche e nove colorate.



SVOLGIMENTO

Estrarre da ciascuna scatola una pallina per cinque volte di seguito (reinserendola ogni volta). Prendere nota di quante palline, tra le cinque estratte, sono bianche e quante colorate. Ripetere l'operazione per circa quaranta turni di estrazione, quindi disegnare un istogramma per ciascuna scatola, indicando quante volte si sono presentate le possibili combinazioni di palline bianche e colorate sulle cinque palline estratte.



OSSERVAZIONI

I tre istogrammi forniscono un'approssimazione del grafico relativo alla funzione di distribuzione binomiale.

È importante far notare agli allievi che le tre curve sono simili e lo spostamento del picco è dovuto al fatto che le tre scatole presentano una diversa probabilità di estrarre una pallina bianca, ottenuta modificando la proporzione tra palline bianche e colorate, mentre il totale rimane costante.

parole
chiave

Distribuzione di probabilità uniforme
 Distribuzione di probabilità binomiale
 Distribuzione di probabilità normale
 Istogrammi

Appendice

fonti: LIS e autori vari



DEFINIZIONI

- Nel calcolo delle probabilità con la parola *evento* si intende ogni fatto che in seguito a una prova può accadere oppure no (per esempio il comparire di una testa quando si lancia una moneta).
- A ogni evento è associato un numero reale che è tanto maggiore quanto più è elevata la possibilità che si verifichi l'evento stesso. Chiamiamo tale numero *probabilità dell'evento*.
- La probabilità totale di un sistema di eventi si distribuisce in un certo modo tra i diversi casi possibili. Per descrivere questa distribuzione indichiamo la probabilità di ciascuno dei eventi elementari definendo *legge di distribuzione* la relazione che stabilisce una corrispondenza tra i casi possibili e le loro probabilità.



ESEMPI

Le leggi di distribuzione che prendiamo in esame sono:

- *distribuzione uniforme*,
- *distribuzione binomiale*,
- *distribuzione normale*.

Si osserva una legge di *distribuzione uniforme* quando la probabilità è ripartita in maniera uguale tra tutti i casi possibili, come per esempio il lancio di un dado non truccato: i sei eventi possibili sono i punteggi ottenibili con un lancio (i numeri dall'1 al 6), ognuno dei quali ha la stessa probabilità di uscire. A ciascun risultato possibile viene quindi assegnato il valore di probabilità $1/6$.

Si ha una legge di *distribuzione binomiale* quando si prende in esame un indicatore del numero di successi in una successione di prove indipendenti tra loro. Per esempio si fanno ripetute estrazioni di palline colorate da un'urna, reinserendo ogni volta la pallina estratta. Si considera un successo estrarre una pallina di un colore fissato.

- La legge di *distribuzione normale* entra in gioco quando l'evento osservato è il risultato della somma di eventi indipendenti (che singolarmente possono obbedire ad altre leggi), come per esempio la somma dei risultati di due dadi.



ISTOGRAMMI

Le osservazioni sul verificarsi di eventi di tipo probabilistico si possono riassumere in tabelle che indicano quante volte si verifica ciascun evento; è conveniente esprimere queste quantità tramite le *frequenze*, ossia il numero di volte che si verifica l'evento fissato diviso il numero totale degli eventi osservati. Sulla base di questo tipo di tabella si può costruire un *istogramma*, alzando su ogni evento un rettangolo di altezza proporzionale alla sua frequenza. Nel farlo è utile distinguere due tipi di approccio: quantitativo o qualitativo. Il primo si utilizza quando i casi possibili sono numeri, come per il lancio di uno o

due dadi; il secondo quando l'evento di cui si osserva il verificarsi è ad esempio di tipo combinatorio (come quante palline sono bianche e quante colorate tra le cinque estratte da un'urna) o non esprimibile con un numero (per esempio l'uscita della testa lanciando una moneta non truccata). Nel caso di approccio qualitativo in ascissa viene solitamente posta una serie di lettere indicanti gli eventi possibili, mentre nel caso quantitativo si preferisce utilizzare direttamente i valori numerici che costituiscono gli eventi.



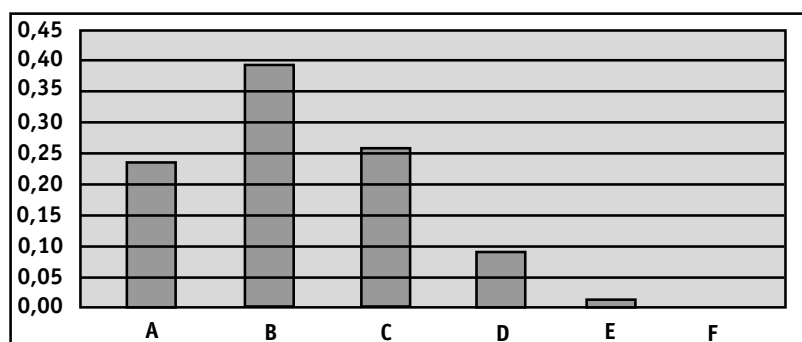
ESEMPI

- Come approccio qualitativo si può prendere in esame il caso di cinque estrazioni consecutive da un'urna contenente 12 palline, di cui 3 bianche e 9 colorate, reinserendo ogni volta la pallina estratta. Gli eventi di cui si vuol tenere conto sono le diverse combinazioni tra le palline bianche e colorate tra le cinque estratte.

Le frequenze teoriche sono riassunte dalla tabella:

Nome evento	Palline bianche-palline colorate	Frequenza
A	0-5	0,23730469
B	1-4	0,39550781
C	2-3	0,26367188
D	3-2	0,08789063
E	4-1	0,01464844
F	5-0	0,00097656

Da cui l'istogramma:



- Come approccio quantitativo si può considerare la somma dei risultati usciti lanciando due dadi. Le frequenze teoriche sono riassunte dalla tabella:

Risultati possibili	Frequenza
2	0,01937247
3	0,04190597
4	0,07636636
5	0,11723672
6	0,15162144
7	0,16519349
8	0,15162144
9	0,11723672
10	0,07636636
11	0,04190597
12	0,01937247

Da cui l'istogramma:

